

Errata zum Buch “Lineare Algebra”, 2. Auflage.

Errata zu den Lösungen ab Seite 5.

Stand: 12. Juli 2024

Seite	Zeile	Falsch	Richtig
40	15 v.u.	$\langle a, x \rangle$	$-\langle a, x \rangle$
40	14 v.u.	$c$	$-c$
40	13 v.u.	$-c$	$+c$
40	8 v.u.	$\lambda  \det(a, b) $	$ \lambda \det(a, b) $
42	16 v.o.	$a$ auf $b$ abbildet	die Drehung über $\angle(a, b)$ ist
76	10 v.o.	$\ a\ ^2 + \ b\ ^2$	$\ a\ ^2 \cdot \ b\ ^2$
126	18 v.o.	$j_i$ -te	$j_1$ -te
159	4 v.u.	Matrix vergessen	$\begin{pmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1n}B \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1}B & \cdots & a_{nn}B \end{pmatrix}$
160	3 v.o.	lineare Abbildung $\omega: V^k \rightarrow \mathbb{R}$	Abbildung $\omega: V^k \rightarrow K$
172	10 v.u.	Matrizen	$n \times n$ -Matrizen
184	14 v.o.	gegeben, so	gegeben ist, nach evtl. Ergänzung mit anderen $b_i$ aus $\text{Ker}(A^k)$ , $(b_1, \dots, b_s)$ eine Basis modulo $\text{Ker}(A^{k-1})$ . Es
186	9 v.o.	$(A - \lambda_i)^{m_1}$	$(A - \lambda_1 \cdot \text{Id})^{m_1}$
186	9 v.o.	$(A - \lambda_s)^{m_s}$	$(A - \lambda_s \cdot \text{Id})^{m_s}$
186	10 v.o.	$B_i := (A - \lambda_i)^{n_i}$	$B_i := A - \lambda_i \cdot \text{Id}$
186	10 v.o.	$(A - \lambda_i)^{m_i}$	$(A - \lambda_i \cdot \text{Id})^{m_i}$
188	1 v.u.	$C^{-1} \cdot A \cdot C$	$C^{-1} \cdot D \cdot C$
198	13 v.u.	$\tilde{b}_k := b_k$	$\tilde{b}_{k+1} := b_{k+1}$
200	8 v.u.	$c_{ik}$	$(c_{ik})$
201	1.v.o.	Zeigen Sie: Sei $V$ ein	Sei $V$ ein endlich dimensionaler
208	10 v.o.	Sei	Nach Normierung gilt $\ b_1\  = 1$ . Sei

209	8 v.u.	$\mathbb{R}^n$	$\mathbb{R}^4$
209	5 v.u.	$(2, 1, 0, -2)$	$(2, 4, -1, 2)$
210	9 v.u.	$x^T \cdot A \cdot y$	$x^T \cdot A \cdot \bar{y}$
220	5 v.u.	$b^2 x^2$	$b^2 y^2$
218	5 v.u.	von $TVS^T(H)$ gegeben	gegeben
242	10 v.u.	$N \triangleleft G: \bigcap R \subset N$	$N \triangleleft F(A): \bigcap R \subset N$
248	9 v.o.	4.	4. Sei $P$ eine $p$ -Sylowgruppe von $G$ .
250	7 v.o.	$b^i$ , also $ba = a^i b$	$b^i$
252	12 v.o.	$(1 \ 2 \ k)$	$(2 \ 3 \ k)$ .
252		Der Fall $n = 36$ ist vergessen worden.	Ist $G$ einfach, dann ist $n_3 = 4$ , aber $36 \nmid 12 = 4!/2$ .
243	10 v.o.	$\begin{pmatrix} \omega & 0 \\ 0 & \omega \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \omega & 0 \\ 0 & \omega^{-1} \end{pmatrix}$
253	18 v.o.	$\#H = \#G$	$\#G = \#A_5 = 60$
253	18 v.u.	nicht einfach. Dann ist $n_3 = 6$ .	einfach. Dann ist $n_5 = 6$ .
253	17 v.u.	Einfügen:	$n = 2 \cdot 3^3 \cdot p$ mit $p \geq 7$ .
253	4 v.u.	$n_5 = 36$ ist vergessen worden.	Dann $n_p > p$ und $n_p \mid 6$ , Widerspruch!
254	12 v.o.	$Q_{12}(1/a_1)$	Siehe Ende der Errataliste
254	12 v.o.	$Q_{12}(1/a_1)$	$Q_{12}(-1/a_1)$
255	1 v.o.	$K^*$	$F^*$
255	13 v.o.	$ghg^{-1}(v) = gh(e_1) = g(ce_1) = cv$ für ein $c \neq 0$ . Deshalb ist $g = c\text{Id}$ und $h \in D$ .	gibt es ein $\tilde{h} \in P$ mit $h = g\tilde{h}g^{-1}$ . Es folgt $h(v) = c_v \cdot v$ für ein $c_v \neq 0$ . Dies gilt für alle $v \in V$ und $h \in D$ folgt.
255	15 v.u.	$Q_{ij}(\lambda)$	$Q_{ji}(\lambda)$
257	18 v.u.	$G = PcH$	$G = H \cup PcH$
257	12 v.u.	$cbc \in P$	$cbc \in PcP$
263	8 v.o.	modulo $l$	modulo $I$
266	3 v.u.	$I$ ist nulldimensional genau dann, wenn	Ist $I$ nulldimensional, so gilt
266	14. v.u.	$(x_1 - a_{i,1}) \cdot \dots \cdot (x_n - a_{i,d_i})$	$\prod_{j=1}^{d_i} (x_i - a_{i,j})$
268	12. v.u.	$(x_1 - a_{i,1})^{m_{i,1}} \cdot \dots \cdot (x_n - a_{i,d_i})^{m_{i,d_i}}$	$\prod_{j=1}^{d_i} (x_i - a_{i,j})^{m_{i,j}}$



274	15 v.u.	$\langle x^5, x^2y^2, y^3 \rangle$	$\langle y^6, x^4, xy^2 \rangle$
274	8 v.u.	$y^6y^5$	$y^6 + y^5$
276	5 v.o.	$a_s f$	$a_s f_s$
276	6 und 12 v.u.	$t$	$s$
276	11 v.u.	$j$ teilt $\text{LM}(f_j)$ , nicht $\text{LM}(f_i)$	$j \neq i$ teilt $\text{LM}(f_j)$ kein Monom von $f_i$ .
277	13 v.o.	$a_{1n}$	$a_{n1}$
278	7 v.o.	$1 \leq i < j \leq s$	$1 \leq i < j \leq t$
278	15 v.u.	$\text{LM}(a_j f_j)$	$\text{LM}(a_i f_i)$
278	13,14 v.u.	$m(f_i, f_j)$	$m(f_j, f_i)$
284	10 v.o.	Letzter Satz fehlt.	Dann hat $M_g(t)$ die verschiedenen Nullstellen $g(p_i)$ ( $i = 1, \dots, s$ ), deshalb gilt $\deg(M_g(t)) = s$ .
284	12 v.o.	$K[x_1, \dots, x_n]$	$K[t]$
284	1,2 v.u.	die reellen Lösungen in $V(I) \dots$ $\dots$ zwei Lösungen sind komplex.	$1 + \sqrt{5}$ und $1 - \sqrt{5}$ . Dann gilt $V(I)$ $= \{(-1,1), (-1,-2), (2+\sqrt{5}, 1), (2 - \sqrt{5}, 1)\}$ .
288	14 v.o.	$a_1 g_1 + \dots + a_t g_t$	$a_1 f_1 + \dots + a_s f_s$
290	7 v.u.	$f \in$	$g \in$
300	9 v.u.	Beweis von $1 \notin I_f$ fehlt.	Siehe Ende der Errataliste.
304	6 v.o.	Elementen.	Elementen und schreibe $K = \mathbb{F}_p$ .
304	13 v.u.	5	4
305	18 v.o.	ist.	ist?
306	17 v.u.	$(cg)^*$	$(\overline{cg})^*$
307	6 v.o.	Warum ist	Ist
310	3 v. o.	9.7	9.6
310	17 v.u.	$f$ und $m^2$	$f \cdot m + m^2$
310	16 v.u.	$r_s f_s$	$r_s$
310	15 v.u.	mod $f$ .	mod $f \cdot m + m^2$
310	10 v.u.	$-a_1 \sum_{i=2}^s a_i \widehat{f}_i$	$-t_1 \sum_{i=2}^s a_i \widehat{f}_i$
314	9 v.o.	$y_1, \dots, y_u$	$x_1, \dots, x_s$
314	10 v.o.	$y^{\beta_i}$	$\beta_i$
314	17 v.o.	$\sqrt{I : J_1}$	$\sqrt{J : J_1}$
314	11.v.u.	$f_s$	$f_d$

- Im Beweis von Satz 10.5 Nr 3 einfügen nach 8 v.u. "eindimensional":

Wir zeigen, dass  $1 \notin I_f$ . Sei  $f_1(x) = f(x)$  und wir definieren rekursiv  $f_{i+1}(x)$  durch

$$f_i(x) = (x - x_i)f_{i+1}(x) + f_i(x_i)$$

für  $i = 2, \dots, n$ . Hier ist  $f_{i+1}(x) \in K[x_1, \dots, x_i][x]$  normiert vom Grad  $n - i + 1$  in  $x$ . Insbesondere ist  $f_{n+1} = 1$ . Bez.  $>_{lex}$  mit  $x_1 < \dots < x_n$  gilt  $LM(f_i(x_i)) = x_i^{n-i+1}$ . Nach dem Produkt-Kriterium ist  $(f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n))$  eine Gröbner Basis und  $1 \notin \langle f_1(x_1), \dots, f_n(x_n) \rangle$ . Weil

$$f(x) = (x - x_1) \cdot \dots \cdot (x - x_n) \bmod \langle f_1(x_1), \dots, f_n(x_n) \rangle$$

folgt, dass  $I_f \subset \langle f_1(x_1), \dots, f_n(x_n) \rangle \neq K[x_1, \dots, x_n]$  und  $1 \notin I_f$ .

- Auf Seite 253 vor “Somit haben wir den nachfolgenden Satz” einfügen:

Sei  $n_5 = 36$ . Dann ist  $n_3 = 10$ , denn  $n_3 = 4$  impliziert  $\#G \leq 4!/2$ . Wäre  $P \cap Q = \{e\}$  für alle verschiedene 3-Sylowgruppen  $P, Q$  von  $G$ , so hätte  $G$  mindestens  $4 \cdot 36 + 8 \cdot 10 > 180$  Elemente.

Also gibt es  $P, Q \in \text{Syl}_3(G)$  mit  $\#P \cap Q = 3$ . Jetzt argumentiere wie bei  $n = 144$ .

**Errata zu den Lösungen**

Aufgabe 1.14 Nr. 3:

$$3. \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 15 \\ 10 & 22 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 & 10 \\ 15 & 7 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 9.10 Nr. 3: Statt  $\langle g_i \rangle \supset \langle g_i \rangle$ . Somit  $f_i \bmod g_i: \langle f_i \rangle \supset \langle g_i \rangle$  und  $f_i$  teilt  $g_i$ .Aufgabe 10.15, bei  $\mathbb{F}_3[x]$ : Grad 5: Antwort 48

Grad 6: Antwort 116.